

Ja'far ĀGHĀYĀNĪ CHĀVOSHĪ

Omar Khayyām et la musique théorique

Introduction

Omar Khayyām, grand mathématicien et philosophe iranien du XII^{ème} siècle, avait composé un traité sur la musique. Nous ne possédons malheureusement de celui-ci qu'une partie intitulée:

القول على اجناس الذى بالاربعة

“Discours sur les espèces formées par la quarte”.

Un manuscrit de cette partie se trouve dans la bibliothèque de Manisa en Turquie (collection n° 1705 foll. 90b-92b). Feu Jalāl Homā'ī, ancien professeur de l'Université de Téhéran, a édité cet opuscule de Khayyām à partir du manuscrit de Manisa en 1967, à Téhéran.¹

D'après Monsieur Homā'ī, cet opuscule devait être une partie d'un commentaire d'Omar Khayyām du livre d'Euclide sur

1. J. Homā'ī, *Etude sur l'œuvre scientifique d'Omar Khayyām* (en persan), Téhéran 1346/1967, pp. 341-344.

la musique.² Son argument est basé sur une indication de Khayyām dans son traité *Commentaires sur les difficultés de prémisses du livre d'Euclide*. Dans celui-ci, après avoir évoqué les rapports musicaux, le célèbre mathématicien écrit: «Nous avons détaillé ceux-ci dans un chapitre de notre *Commentaire des difficultés dans le Livre de la Musique*».³

Le commentaire auquel Khayyām fait allusion était-il vraiment un commentaire du livre d'Euclide? Nous ne pouvons pas répondre à cette question avec certitude. Nous savons seulement qu'un traité sur la musique théorique intitulé *Division du Canon* (Κατατομηκανονος) a été attribué à Euclide. Cette attribution a été fort contestée par Paul Tannery. D'après lui, le titre même du traité, *Division du Canon*, «n'est plus aucunement justifié, cet opuscule n'est plus qu'un ensemble de propositions théoriques sur la musique, dont l'objet, d'ailleurs défini dans le préambule, a une portée et un caractère essentiellement différents. D'autre part, le fait que j'ai signalé, à savoir que cet ensemble vise exclusivement le genre enharmonique, tout en justifiant le dire d'Aristoxène, qu'avant lui les autres genres avaient été négligés, semble devoir faire remonter l'écrit à une époque antérieure au disciple d'Aristote. Il devient donc difficile de maintenir l'attribution à Euclide.»⁴ Cependant, il semble que les savants musulmans ne doutaient pas de l'authenticité de celui-ci puisqu'il a été traduit au IX^{ème} siècle en langue arabe sous le titre de كتاب القانون "Le livre sur le Canon" et que le philosophe Al-Kindi ainsi que le mathématicien Ibn Haytham ont écrit des commentaires sur

2. *Ibid.* p. 339.

3. Le texte arabe de Khayyām est le suivant:

وقد ذكرنا شرطاً من هذا المعنى في شرح المشكل من كتاب الموسيقى

(Homā'ī, *Etude sur l'œuvre scientifique d'Omar Khayyām... op. cit.* p. 338).

4. P. Tannery, *Sciences Exactes dans l'Antiquité* (mémoires scientifiques, Tome III), nouvelle édition, Paris 1995, p. 215. La version grecque du livre d'Euclide sur le canon ainsi que sa traduction latine ont été publiées dans l'ouvrage suivant: A. Barbera, *The Euclidean Division of Canon*, University of Nebraska, Press Publish London 1991.

cette version arabe. Si vraiment le traité disparu de Khayyām, dont une partie nous est conservée, était un commentaire d'Euclide, on peut supposer que celui-ci, en dépit de ces commentaires précédents, trouvait encore des points à expliquer dans cette œuvre importante de l'antiquité. Ce qui renforce cette hypothèse, c'est l'existence de similitudes entre ces deux œuvres: les genres de tonalité enharmonique traités par Euclide sont également abordés dans le traité de Khayyām. Nous avons déjà signalé que l'opuscule de Khayyām sur la musique a été publié par Homā'ī. Cette édition malheureusement n'est pas critique et de surcroît certains termes ont été mal transcrits. Une nouvelle édition a été publiée par les soins de feu Taghi Bīnesh en 1994.⁵ Celui-ci a donné également une traduction libre en langue persane de la version arabe. Une édition plus correcte a été effectuée par les soins de Monsieur M. Bāgherī et de Madame S. Hūshyār. Ces derniers ont également donné une traduction persane assez fidèle au texte arabe.⁶

Il faut signaler également que deux grands chercheurs russes B. Rosenfeld et A. Youshkevitch, ont traduit cet opuscule en 1961 en langue russe.⁷

Puisque ce traité de Khayyām est méconnu dans le monde occidental, nous avons décidé, après l'avoir analysé, d'effectuer une édition critique puis d'en donner une traduction en langue française.

Analyse du traité d'Omar Khayyām

Avant d'analyser le traité d'Omar Khayyām, il faut signaler que lorsque nous produisons deux sons différents, cette superposition ou succession nous impressionne d'une manière agréable ou pénible. Dans le premier cas, les deux sons for-

5. T. Bīnesh, «Un traité d'Omar Khayyām sur la musique» (en persan) *Nashriyē Dāneshgāh-ē Azādē Islami-ye Kermān*, n° 1 (1994), pp. 92-101.

6. M. Bāgherī et S. Hūshyār, «Analyse du traité de Khayyām sur la musique, du point de vue mathématique» (en persan) *Rahpoy-e Honar* n° 43 (1997) pp. 43-63.

7. A.P. Youshkevitch et Rosenfeld, *L'œuvre d'Omar Khayyām* [en russe], Moscou, 1961.

ment une consonance, dans le cas contraire, une dissonance. Les savants islamiques, comme prédécesseurs grecs, avaient divisé la longueur d'une corde tendue en principaux intervalles consonants, c'est-à-dire l'octave $\frac{2}{1}$, la quinte $\frac{3}{2}$ et la quarte $\frac{4}{3}$ afin de produire tels ou tels sons fixes. Puis ils «avaient imaginé pour les sons mobiles de chaque genre plusieurs variétés d'intonations, désignées sous le nom de *nuance*». ⁸ Khayyām dans ce court chapitre étudie les différentes combinaisons à l'intérieur d'une quarte. ⁹ On y rencontre les trois genres d'intonation:

a) “Al-qawī wa al-ṭanīnī” (fort et tonique), dans lequel le plus grand des trois intervalles constituant la quarte est inférieur à la conjonction des deux autres.

b) “Al-mulawwan wa al-mu‘tadil” (chromatique et modéré), dans lequel le plus grand des trois intervalles est supérieur à la conjonction des deux autres, mais inférieur au double de celle-ci.

c) “Al-riḫwa wa al-ta’līfī” (mou et enharmonique) dans lequel le plus grand des trois intervalles est supérieur à la double conjonction des deux autres.

Khayyām cite ensuite neuf espèces du genre fort, sept espèces du genre chromatique et quatre espèces du genre enharmonique.

Les neuf espèces du genre fort sont:

1. “Dhūt-taḍ‘īf-al-awwal” (à redoublement premier) contenant les intervalles de rapport: $\frac{8}{7}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{49}{48}$

$$\text{On a: } \frac{8}{7} \times \frac{8}{7} \times \frac{49}{48} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{8}{7} < \frac{8}{7} \times \frac{49}{48}$$

2. “Dhūt-taḍ‘īf-al-thānī” (à redoublement deuxième) con-

8. Sur les nuances dans la musique grecque, voir: Th. Reinach, *La musique grecque*, Paris 1926, p. 20.

9. A. Shiloah, «Les sept traités de musique dans le manuscrit 1705 de Manisa» *IOS* (1971), pp. 303-315.

tenant les intervalles de rapport: $\frac{9}{8}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{256}{243}$

$$\text{On a: } \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{256}{243} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{9}{9} < \frac{9}{8} \times \frac{256}{243}$$

3. “Dhut-taḍ‘if al-thālith” (à redoublement troisième) avec les intervalles de rapport: $\frac{10}{9}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{81}{75}$

$$\text{On a: } \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{81}{75} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{10}{9} < \frac{10}{9} \times \frac{81}{75}$$

4. “Al-muttaṣil al-awwal” (conjoint premier) avec les intervalles de rapport: $\frac{8}{7}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{28}{27}$

$$\text{On a: } \frac{8}{7} \times \frac{9}{8} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{8}{7} < \frac{9}{8} \times \frac{28}{27}$$

5. “Al-muttaṣil al-thānī” (conjoint deuxième) avec les intervalles de rapport: $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$

$$\text{On a: } \frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{9}{8} < \frac{10}{9} \times \frac{16}{15}$$

On appelle cette espèce le *diatonique de Didyme*.

6. “Al-muttaṣil al-thālith” (conjoint troisième) avec les intervalles de rapport: $\frac{10}{9}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{12}{11}$

$$\text{On a: } \frac{10}{9} \times \frac{11}{10} \times \frac{12}{11} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{10}{9} < \frac{11}{10} \times \frac{12}{11}$$

On appelle cette espèce le *diatonique égal de Ptolémée*.

7. “Al-munfaṣel al-awwal” (disjoint premier) contenant les intervalles de rapport: $\frac{8}{7}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{21}{20}$

$$\text{On a: } \frac{8}{7} \times \frac{10}{9} \times \frac{21}{20} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{8}{7} < \frac{10}{9} \times \frac{21}{20}$$

8. “Al-munfaṣel al-thānī” (disjoint deuxième) contenant

les intervalles de rapport: $\frac{9}{8}, \frac{11}{10}, \frac{320}{297}$

$$\text{On a: } \frac{9}{8} \times \frac{11}{10} \times \frac{320}{297} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{9}{8} < \frac{11}{10} \times \frac{320}{297}$$

9. Il amène, ensuite, une espèce du genre disjoint fort qu'il prétend être déjà citée par Avicenne, avec les intervalles de rapport: $\frac{8}{7}, \frac{14}{13}, \frac{13}{12}$ et qu'il qualifie de dissonant, ainsi que d'autres espèces de genre disjoint qui sont cités par ses prédécesseurs.

Les sept espèces du genre chromatique sont:

1. Le genre défini par les rapports: $\frac{6}{5}, \frac{20}{19}, \frac{19}{18}$

$$\text{On a: } \frac{6}{5} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{18} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{5} > \frac{20}{19} \times \frac{19}{18} \text{ et aussi } \frac{6}{5} < \left(\frac{20}{19} \times \frac{19}{18} \right)^2$$

2. Le genre défini par les rapports: $\frac{6}{5}, \frac{15}{14}, \frac{28}{27}$

$$\text{On a: } \frac{6}{5} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{5} > \frac{15}{14} \times \frac{28}{27} \text{ et aussi } \frac{6}{5} < \left(\frac{15}{14} \times \frac{28}{27} \right)^2$$

3. Le genre défini par les rapports: $\frac{6}{5}, \frac{40}{39}, \frac{13}{12}$

$$\text{On a: } \frac{6}{5} \times \frac{40}{39} \times \frac{13}{12} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{5} > \frac{40}{39} \times \frac{13}{12} \text{ et aussi } \frac{6}{5} < \left(\frac{40}{39} \times \frac{13}{12} \right)^2$$

4. Le genre défini par les rapports: $\frac{6}{5}, \frac{25}{24}, \frac{16}{15}$

$$\text{On a: } \frac{6}{5} \times \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{5} > \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} \text{ et aussi } \frac{6}{5} < \left(\frac{25}{24} \times \frac{16}{15} \right)^2$$

5. Le genre défini par les rapports: $\frac{7}{6}, \frac{15}{14}, \frac{16}{15}$

$$\text{On a: } \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{7}{6} > \frac{15}{14} \times \frac{16}{15} \text{ et aussi } \frac{7}{6} < \left(\frac{15}{14} \times \frac{16}{15} \right)^2$$

6. Le genre défini par les rapports: $\frac{7}{6}, \frac{12}{11}, \frac{22}{21}$

$$\text{On a: } \frac{7}{6} \times \frac{12}{11} \times \frac{22}{21} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{7}{6} > \frac{12}{11} \times \frac{22}{21} \text{ et aussi } \frac{7}{6} < \left(\frac{20}{19} \times \frac{19}{18} \right)^2$$

7. Le genre défini par les rapports: $\frac{7}{6}, \frac{10}{9}, \frac{36}{35}$

$$\text{On a: } \frac{7}{6} \times \frac{10}{9} \times \frac{36}{35} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{7}{6} > \frac{10}{9} \times \frac{36}{35} \text{ et aussi } \frac{7}{6} < \left(\frac{10}{9} \times \frac{36}{35} \right)^2$$

Les quatre espèces du genre enharmonique sont:

1. Le genre défini par les rapports: $\frac{5}{4}, \frac{32}{31}, \frac{31}{30}$

$$\text{On a: } \frac{5}{4} \times \frac{32}{31} \times \frac{31}{30} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{5}{4} > \left(\frac{32}{31} \times \frac{31}{30} \right)^2$$

2. Le genre défini par les rapports: $\frac{5}{4}, \frac{32}{31}, \frac{31}{30}$

$$\text{On a: } \frac{5}{4} \times \frac{32}{31} \times \frac{31}{30} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{5}{4} > \left(\frac{32}{31} \times \frac{31}{30} \right)^2$$

3. Le genre défini par les rapports: $\frac{5}{4}, \frac{36}{35}, \frac{28}{27}$

$$\text{On a: } \frac{5}{4} \times \frac{36}{35} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{5}{4} > \left(\frac{36}{35} \times \frac{28}{27} \right)^2$$

4. Le genre défini par les rapports: $\frac{5}{4}, \frac{24}{25}, \frac{46}{45}$

$$\text{On a: } \frac{5}{4} \times \frac{24}{25} \times \frac{46}{45} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{5}{4} > \left(\frac{24}{25} \times \frac{46}{45} \right)^2$$

C'est tout ce qui existe dans cet opuscule d'Omar Khayyām.

Conclusion

De ce que nous avons étudié, il importe de remarquer que parmi ces espèces, on peut distinguer les éléments de la gamme de Pythagore (à redoublement deuxième) qui est la gamme de la musique occidentale et se présente de la manière suivante:

ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{123}$	2

On distingue également les éléments de la gamme de Zarlin qui se présentent de la manière suivante:

ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

On distingue aussi les notes de la gamme naturelle et de la gamme des physiciens sur laquelle est basée l'harmonie occidentale.

Voilà ce qui concerne la connaissance de Khayyām en musique théorique. A celle-ci, il faut ajouter son esprit critique. En effet, il a reproché à Al-Fārābī et à Avicenne d'avoir considéré certaines espèces comme consonantes alors qu'elles ne le sont pas. Par contre, il affirme avoir trouvé les deux dernières espèces du genre enharmonique consonant, alors que ses prédécesseurs n'ont jamais évoqué cette consonance.

**Propos sur les genres formés par la quarte,
composé par le philosophe Omar Khayyām,**

(traduit en français et annoté)

«Au nom de Dieu le Clément, le Miséricordieux

Discours du philosophe Omar Khayyām comportant un propos sur les genres formés par la quarte.

Si le rapport d'égal avec tiers¹⁰ se divise¹¹ en trois rapports, il y aura donc trois intervalles¹² inclus à l'intérieur de quatre sons musicaux. C'est pourquoi le rapport d'égal avec tiers a été appelé celui de "quarte" (=la quarte) et ces trois autres intervalles, qu'on a obtenu à partir de celui-ci, sont constitués [de la manière suivante] soit l'un n'est pas supérieur à la conjonction des deux autres, [soit l'un est supérieur à la conjonction des deux autres]¹³; enfin, soit l'un est supérieur à la double conjonction des deux autres. Le premier genre est désigné comme "fort et tonique", le deuxième "chromatique et modéré" et le troisième "mou et enharmonique".

La première des espèces de genre fort est "à redoublement

10. Par «rapport d'égal avec tiers» on entend: $(1\frac{1}{3} : 1 - \frac{4}{3})$.

11. Par «division en trois rapports» on entend des rapports qui se constituent de trois autres rapports.

12. On appelle intervalle (*bu'd*) la différence de hauteur de deux sons musicaux.

13. Cette partie est omise dans le texte. Nous avons reconstitué à partir de la définition "chromatique et modéré" que l'on trouve chez Fārābī (M. Barkeshli, *Les idées scientifiques de Fārābī dans la musique* [en persan], Téhéran 1978, p. 151).

premier”, c’est-à-dire une octave¹⁴ et un septième d’octave, une octave et un septième d’octave, une octave et un quarante-huitième d’octave; ses nombres sont 64, 56, 49, 48.¹⁵ Cette espèce de genre fort serait très belle sans cet intervalle, c’est-à-dire un quarante-huitième d’octave, car ce rapport est très éloigné [de l’habituel].

La deuxième espèce de genre fort –à redoublement deuxième– c’est-à-dire une octave et un huitième d’octave, une octave et un huitième d’octave et treize parties de deux cent quarante-troisième d’octave; ses nombres sont 324, 288, 256, 243.¹⁶ Cette espèce est très habituelle et dans la plupart des pays on n’utilise que celle-ci.

La troisième espèce –à redoublement troisième– c’est une octave et un neuvième d’octave, une octave et un neuvième d’octave, une octave et six soixante-quinzième; ses nombres

14. Le mot arabe “*kull*” est la traduction du terme grec *dia pasôn*, ce que l’on appelle en français octave. Ce terme chez Fārābī, ainsi que chez Avicenne, désigne un intervalle musical avec un rapport de 2:1 alors que dans ce texte, Khayyām l’associe au rapport: 1:1. Par exemple, pour la première des espèces de genre fort les nombres sont 64, 56, 49, 48 et on a:

$$\left. \begin{array}{l} 64:56 = 56+8:56 \\ = 1:1+1:1:7 \\ 56:49 = 49+7:49 \\ = 1:1+1:7, \end{array} \right\} \text{une “octave” et un septième “d’octave”}$$

$$\left. \begin{array}{l} 49:48 = 48+1:48 \\ = 1:1+1:48 \end{array} \right\} \text{une “octave” et un quarante-huitième “d’octave”}.$$

15. $\frac{64}{56} \times \frac{56}{49} \times \frac{49}{48} = \frac{4}{7} \times \frac{49}{48} = \frac{4}{3}$. Cette forme se trouve déjà chez

Fārābī, *Grand traité de la musique*, traduction française par R. Erlanger T. 1, Paris, 1930, p. 109.

16. $\frac{324}{288} \times \frac{288}{256} \times \frac{256}{243} = \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{256}{243} = \frac{4}{3}$. Cette espèce se trouve chez

Fārābī (*op. cit.*, p. 109).

sont 100, 90, 81, 75.¹⁷ Elle a été citée par al-Fārābī, à mon avis elle n'est pas habituelle.

La quatrième espèce de genre fort –“conjoint premier”– c'est une octave et un septième d'octave, une octave et un huitième d'octave et un vingt-huitième d'octave, une octave et un vingt-septième d'octave; ses nombres sont 72, 63, 56, 54.¹⁸ Elle est très belle.

La cinquième espèce de genre fort –“conjoint deuxième”– c'est une octave et un huitième d'octave, une octave et un neuvième d'octave, une octave et un quinzième d'octave; ses nombres sont 180, 160, 144, 135.¹⁹ Selon moi, cette espèce est la plus belle de toutes.

La sixième espèce [de genre fort] –“conjoint troisième”– c'est une octave et un neuvième d'octave, une octave et un dixième d'octave et une octave et un onzième d'[octave]; ses nombres sont 220, 198, 180, 165.²⁰

La septième espèce [de genre fort] –“disjoint premier”– c'est une octave et un septième, une octave et un neuvième, une octave et un vingtième; ses nombres sont 80, 70, 63, 60.²¹ Cette espèce est également consonante et belle.

La huitième espèce [de genre fort] –“disjoint deuxième”– c'est une octave et un huitième d'octave et une octave et un dixième d'octave, une octave et vingt-trois deux cent quatre-

17. $\frac{100}{90} \times \frac{90}{81} \times \frac{81}{75} = \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{81}{75} = \frac{4}{3}$. Cette espèce se trouve chez

Fārābī (*op. cit.*, p. 109).

18. Dans le manuscrit, au lieu de 63 on trouve 62.

19. Dans le manuscrit, au lieu de 135, on a 165.

20. $\frac{220}{198} \times \frac{198}{180} \times \frac{180}{165} = \frac{10}{9} \times \frac{11}{10} \times \frac{12}{11} = \frac{4}{3}$. Dans l'édition de Homā'ī,

au lieu de 220 on a 225. Cette espèce se trouve également chez Fārābī (*op. cit.*, p. 111).

21. $\frac{80}{70} \times \frac{70}{63} \times \frac{63}{60} = \frac{8}{7} \times \frac{10}{9} \times \frac{21}{20} = \frac{4}{3}$. Dans l'édition de Homā'ī au

lieu de 80, 70 et 63, on a 85, 60, 60. Cette espèce se trouve également chez Fārābī (*op. cit.* p. 112).

vingt-dix-septième; ses nombres sont 396, 325, 320, 297.²²

Une autre espèce a été citée par al-Fārābī, elle n'est pas consonante, cependant, il l'a citée pour qu'il y ait un intervalle qui soit un ton.²³

Une autre espèce a été citée par Avicenne; ainsi qu'il l'affirme [c'est une octave et un septième d'octave, une octave et un treizième d'octave, une octave et un douzième d'octave]²⁴; ses nombres sont 16, 14, 13, 12.²⁵ Selon moi, cette espèce est éloignée des habitudes à cause de la différence qui existe entre ses deux intervalles.

On rencontre encore d'autres [espèces] disjointes, mais je me suis limité à cette quantité, car elles sont inhabituelles et éloignées des consonantes.

La première espèce de genre chromatique est une octave et un cinquième d'octave, une octave et un neuvième d'octave, une octave et un douzième d'octave, ses nombres sont 24, 20, 19, 18.²⁶

La deuxième espèce de [genre] chromatique est une octave et un cinquième d'octave, une octave et un quatorzième d'octave, une octave et un vingt-septième d'octave; ses nom-

22. $\frac{396}{352} \times \frac{352}{320} \times \frac{320}{297} = \frac{9}{8} \times \frac{11}{10} \times \frac{320}{297} = \frac{4}{3}$. Dans le manuscrit au lieu de 352, on a 353. Dans l'édition de Homā'ī, au lieu de 352, on 353 et 324. Cette espèce, comme Khayyām l'a signalée, se trouve également chez Fārābī (*op. cit.*, p. 112).

23. Ton (ṭanīm): intervalle musical avec un rapport de hauteur de son $\frac{9}{8}$, qui est la différence de la quinte et de la quarte ($\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$).

24. Dans le manuscrit ainsi que dans l'édition de Homā'ī cette partie est altérée, nous avons restauré le texte à partir de l'édition de Bagheri et Hushyār.

25. $\frac{16}{15} \times \frac{15}{14} \times \frac{14}{12} = \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{14}{12} = \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}$

26. $\frac{24}{20} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{18} = \frac{6}{5} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{18} = \frac{4}{3}$. Cette espèce se trouve chez

Fārābī (*op. cit.* p. 105).

bres sont 36, 30, 28, 27.²⁷

La troisième espèce de genre chromatique est une octave et un cinquième d'octave, une octave et un trente-neuvième d'octave, une octave et un douzième d'octave; ses nombres sont 48, 40, 39, 36.²⁸ Je crois qu'al-Fārābī ne l'a pas citée. Ces deux espèces, c'est-à-dire la deuxième et la troisième, sont éloignées des habituelles, mais elles sont consonantes.

La quatrième espèce de genre chromatique est une octave et un cinquième d'octave, une octave et un vingt-quatrième d'octave; ses nombres sont 60, 50, 48, 45.²⁹ Cette espèce est proche des habituelles.

La cinquième espèce est une octave et un sixième d'octave, une octave et un quatorzième d'octave, une octave et un quinzième d'octave; ses nombres sont 16, 15, 14, 12.³⁰ Cette espèce est belle, nous avons situé l'intervalle le plus grand à la fin de la combinaison afin de l'alléger, ce qui ne nuit pas.

La sixième espèce est une octave et un sixième d'octave, une octave et un onzième d'octave, une octave et un vingt et unième d'octave; ses nombres sont 28, 24, 22, 21.³¹ C'est également beau.

$$27. \frac{36}{30} \times \frac{30}{28} \times \frac{28}{27} = \frac{6}{15} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}. \text{ Dans l'édition de Homā'ī au}$$

lieu de 30, on a 35. Cette espèce se trouve chez Fārābī (*op. cit.*, p. 107).

$$28. \frac{48}{40} \times \frac{40}{39} \times \frac{39}{38} = \frac{6}{5} \times \frac{40}{39} = \frac{4}{3}$$

$$29. \frac{60}{50} \times \frac{50}{48} \times \frac{48}{45} = \frac{6}{5} \times \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}. \text{ Dans le manuscrit, au lieu de}$$

48, on a 8. Dans l'édition de Homā'ī, au lieu de "un quinzième" et 48, on a "un vingt-cinquième" et 8.

$$30. \frac{16}{15} \times \frac{15}{14} \times \frac{14}{12} = \frac{7}{6} \times \frac{15}{14} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3}. \text{ Dans le manuscrit ainsi que}$$

dans l'édition de Homā'ī au lieu de 14, on trouve 4.

$$31. \frac{28}{24} \times \frac{24}{22} \times \frac{22}{21} = \frac{7}{6} \times \frac{12}{11} \times \frac{22}{21} = \frac{4}{3}. \text{ Cette espèce figure chez Fārābī}$$

(*op. cit.*, p. 107).

La septième espèce est une octave et un sixième d'octave, une octave et un neuvième d'octave, une octave et un trente-cinquième d'octave; ses nombres sont 40, 36, 35, 30.³² Nous avons également placé à la fin le plus grand intervalle. Cette [espèce] est éloignée des habituelles.

Pour ce qui est de la première espèce de genre enharmonique, c'est une octave et un quart d'octave, une octave et un trente et unième d'octave, une octave et un trentième octave; ses nombres sont 40, 32, 31, 30.³³

La deuxième [espèce du genre enharmonique] est une octave et un quart d'octave, une octave et un trente-neuvième d'octave, une octave et un vingt-cinquième d'octave; ses nombres sont 100, 80, 78, 75.³⁴ Elle est consonante.

La troisième [espèce du genre enharmonique] est une octave et un quart d'octave, une octave et un trente-cinquième d'octave, une octave et un vingt-septième d'octave, ses nombres sont 140, 112, 108, 105.³⁵ Ces deux espèces ne sont pas citées dans les ouvrages des Anciens, bien qu'elles soient toutes deux belles. Je n'en connais pas la raison, si ce n'est l'inadvertance.

La quatrième espèce est une octave et un quart d'octave, une octave et un vingt-troisième d'octave, une octave et un quarante-cinquième d'octave; ses nombres sont 60, 48, 46, 45.³⁶ Celle-là a été citée, mais elle est moins habituelle, même

$$32. \frac{40}{36} \times \frac{36}{35} \times \frac{35}{30} = \frac{7}{6} \times \frac{10}{9} \times \frac{36}{35} = \frac{3}{4}$$

33. $\frac{40}{32} \times \frac{32}{31} \times \frac{31}{30} = \frac{5}{4} \times \frac{32}{31} \times \frac{31}{30} = \frac{4}{3}$. Chez Homā'ī, au lieu de 40, on trouve 48. Cette espèce figure chez Fārābī (*op. cit.*, p. 105).

$$34. \frac{100}{80} \times \frac{80}{78} \times \frac{78}{75} = \frac{5}{4} \times \frac{40}{39} \times \frac{26}{25} = \frac{4}{3}$$

35. $\frac{140}{112} \times \frac{112}{108} \times \frac{108}{105} = \frac{5}{4} \times \frac{36}{35} \times \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$. Dans le manuscrit ainsi que dans l'édition de Homā'ī au lieu de 108, on a 18.

$$36. \frac{60}{48} \times \frac{48}{46} \times \frac{46}{45} = \frac{4}{3}$$

Dans le manuscrit ainsi que dans l'édition de Homā'ī au lieu de 46, on a 47.

si elle est dans un rapport en dépassement d'une partie,³⁷ car lorsque les rapports deviennent trop petits, ce qui se fait entendre ne donne plus une impression de consonance.

Gloire à Dieu et à sa miséricorde.

Ce traité a été achevé avec l'aide de Dieu et son soutien).

Remarque

J'ai donné ce texte pour relecture à Monsieur le Professeur Bernard Vitrac qui a bien voulu me faire parvenir les remarques suivantes:

«Khayyām n'a pas retenu toutes les divisions possibles de la quarte (il y en a une infinité), ni même toutes celles citées par ses prédécesseurs. Ainsi, il rejette une 9^{ème} et une 10^{ème} espèce du genre "fort" citées respectueusement par al-Fārābī et Avicenne, la première parce qu'elle est non consonante, la seconde parce qu'elle n'est pas habituelle. *A fortiori*, il rejette celles qui ne sont ni habituelles, ni consonantes. On voit, à la lecture de ce texte que Khayyām utilise trois critères:

a) un critère esthétique: telle espèce est belle, très belle, la plus belle de toutes...

b) un critère technique: les intervalles doivent être consonants; il ne donne pas de définition; il fait allusion dans la description de la 4^{ème} espèce de l'enharmonique à la définition des Anciens (en particulier dans la "Division du Canon" d'Euclide): il faut que l'intervalle soit associé à un rapport épimore (ou multiple) mais, ajoute Khayyām, il faut que les rapports ne soient pas trop petits (en fait trop proches de 1:1), manifestement Khayyām raisonne sur la partie fractionnaire restante (dans l'exemple 1/45^{ème} "d'octave") pour que la consonance soit perceptible. Il ajoute donc un critère physique à la caractérisation mathématique ($n+1/n$).

c) un troisième critère, plus difficile à définir, consiste à reconnaître telle espèce comme "habituelle". S'agit-il de l'usage chez les musiciens ou plutôt de la tradition des auteurs de la théorie musicale? Il me semble que les exemples de la 3^{ème} espèce du genre "fort", celle citée par Avicenne, celles des 2^{ème} et 3^{ème} espèces du

37. "Rapport en dépassement d'une partie" signifie $\frac{n+1}{n}$. Il s'agit de la généralisation de la théorie du rapport de quarte à un autre rapport de ce type.

genre chromatique omises par al-Fārābī et les 2^{ème} et 3^{ème} espèces de l'enharmónique non mentionnées par les Anciens, font pencher la balance en faveur de la 2^{ème} hypothèse. Même chose pour la 2^{ème} espèce du genre fort-habituelle, qui n'est autre que la célèbre échelle du Timée, mais qui est musicalement à peu près aussi critiquable que la 4^{ème} espèce de l'enharmónique [à cause de la petitesse de $13/243^{ème}$]. Peut-être Khayyām pense que les deux choses [pratique et théorie musicales] se confondent.

Au demeurant, pour chaque critère il ne s'agit pas d'un jugement selon le tout ou rien; certaines espèces sont proches, d'autres éloignées des habituelles ou des consonantes. [2^{ème}, 3^{ème} espèces chromatiques, 4^{ème}, 7^{ème} espèces chromatiques]. Il y a donc des degrés. Pour un musicien c'est normal».



مرکز تحقیقات کامپیوتر علوم اسلامی